

حل التمرين الأول

$$\begin{aligned}
 1. \quad u_2 &= \frac{1}{2} \times 4 + 3 = 5, \quad u_1 = \frac{1}{2} \times 2 + 3 = 4 \\
 2. \quad v_{n+1} &= u_{n+1} - 6 = \frac{1}{2}u_n + 3 - 6 = \frac{1}{2}u_n - 3 = \frac{1}{2}(u_n - 6) = \frac{1}{2}v_n \\
 \text{إذن } (v_n) &\text{ هندسية أساسها } q = \frac{1}{2} \text{ وحدها الأول } v_0 = u_0 - 6 = -4 \\
 3. \quad u_n &= v_n + 6 = 6 - 4 \left(\frac{1}{2}\right)^n, \quad v_n = -4 \left(\frac{1}{2}\right)^n \\
 4. \quad \text{بما أن } 0 < \frac{1}{2} < 1 &\text{ فإن } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0, \text{ إذن } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6 \\
 5. \quad S_n &= v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = -4 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}} = -8 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)
 \end{aligned}$$

حل التمرين الثاني

$$\begin{aligned}
 1. \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) &= -\infty \text{ : المستقيم } x = -1 \text{ مقارب عمودي.} \\
 \lim_{x \rightarrow -1^+} (x+1) &= 0^+ \text{ و } \lim_{x \rightarrow -1^+} (2x-1) = -3 \\
 2. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2 \text{ : المستقيم } y = 2 \text{ مقارب أفقي بجوار } +\infty \\
 f'(x) &= \frac{2(x+1) - 1 \times (2x-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2} \\
 3. \quad f &\text{ تزايد من } -\infty \text{ (عند } -1^+) \text{ إلى } 2 \text{ (عند } +\infty) \\
 4. \quad f(0) &= -1, \quad f'(0) = 3 \text{ : } y = f'(0)(x-0) + f(0) \text{ أي } y = 3x - 1
 \end{aligned}$$

حل التمرين الثالث

$$\begin{aligned}
 1. \quad g'(x) &= 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1) \\
 g &\text{ متزايدة على }]-\infty; -1], \text{ متناقصة على } [-1; 1], \text{ متزايدة على } [1; +\infty[\\
 2. \quad g &\text{ مستمرة ومتزايدة تمامًا على } [1; 2], \text{ و } g(1) = -1 < 0, \quad g(2) = 8 - 6 + 1 = 3 > 0 \\
 \text{المتوسطة، المعادلة } g(x) &= 0 \text{ تقبل حلًا وحيدًا } \alpha \in]1; 2[\\
 3. \quad g(1,5) &= 3,375 - 4,5 + 1 = -0,125 < 0 \text{ و } g(1,6) = 4,096 - 4,8 + 1 = 0,296 > 0 \\
 \text{إذن } 1,5 < \alpha < 1,6
 \end{aligned}$$