

ملخص دروس الفصل الأول في الرياضيات

1. القاسم المشترك الأكبر (PGCD)

- **خوارزمية إقليدس:** نقسم العدد الأكبر على الأصغر، ثم المقسوم عليه على الباقي، ونكرر. آخر باقٍ غير معدوم هو PGCD.
- **خوارزمية الطرح:** $\text{PGCD}(a; b) = \text{PGCD}(b; a - b)$ حيث $a > b$.
- عددان أوليان فيما بينهما إذا كان $\text{PGCD}(a; b) = 1$.
- لجعل كسر غير قابل للاختزال: نقسم بسطه ومقامه على PGCD لهما.

مثال: $\text{PGCD}(84; 36)$: $84 = 2 \times 36 + 12$ ، $36 = 3 \times 12 + 0$ ، إذن $\text{PGCD} = 12$ و $\frac{36}{84} = \frac{3}{7}$.

2. الجذور التربيعية

من أجل $a \geq 0$ و $b \geq 0$:

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0)$$

- **انتبه:** $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ، مثلاً $\sqrt{9+16} = 5$ بينما $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$.
- **التبسيط:** نبحث عن أكبر مربع تام يقسم العدد: $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$.
- **جعل المقام ناطقاً:** $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$.
- **حلول المعادلة $x^2 = a$:** إذا $a > 0$ حلان $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$ ، إذا $a = 0$ حل وحيد 0، إذا $a < 0$ لا حلول.

3. الحساب الحرفي

المتطابقات الشهيرة:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

- **النشر:** تحويل جداء إلى مجموع: $k(a + b) = ka + kb$.
- **التحليل:** تحويل مجموع إلى جداء، بإخراج عامل مشترك أو باستعمال متطابقة شهيرة.
- **معادلة جداء معدوم:** $A \times B = 0$ يعني $A = 0$ أو $B = 0$.

مثال: $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$ ، و $(x - 5)(x + 5) = 0$ حلاها 5 و -5.

4. خاصية طالس وعكسها

- **مبرهنة طالس:** إذا كانت $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ و $(MN) \parallel (BC)$ فإن:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

- **الخاصية العكسية:** إذا كانت النقط A, M, B والنقط A, N, C في استقامية وبنفس الترتيب و $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ فإن $(MN) \parallel (BC)$.

- لإثبات أن المستقيمين غير متوازيين يكفي أن نجد $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$.

5. حساب المثلثات في المثلث القائم

في مثلث قائم، من أجل زاوية حادة α :

$$\cos \alpha = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \quad \sin \alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \quad \tan \alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

- $0 < \sin \alpha < 1$ و $0 < \cos \alpha < 1$.
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ و $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$.
- لحساب طول: نختار النسبة التي تجمع الطول المعلوم والطول المطلوب. لحساب زاوية: نستعمل الآلة الحاسبة ($\tan^{-1}$ ، $\sin^{-1}$ ، $\cos^{-1}$) في وضع الدرجات DEG.

بالتوفيق