

التمرين الأول

المجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة
4	2×0,25	$u_2 = \frac{1}{2}(4) + 3 = 5 ; u_1 = \frac{1}{2}(2) + 3 = 4$ (1)
	0,25	(2) من أجل $n = 0 : u_0 = 2 < 6$ ، الخاصة صحيحة.
	0,5	نفرض $u_n < 6$ ، إذن $\frac{1}{2}u_n < 3$ ومنه $\frac{1}{2}u_n + 3 < 6$ أي $u_{n+1} < 6$ إذن من أجل كل $n : u_n < 6$.
	0,5	(3) $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}u_n + 3 = \frac{6 - u_n}{2} > 0$ لأن $u_n < 6$ ، إذن (u_n) متزايدة تمامًا.
	0,25	(u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى بـ 6 ، إذن هي متقاربة.
	0,75	(أ) $v_{n+1} = u_{n+1} - 6 = \frac{1}{2}u_n - 3 = \frac{1}{2}(u_n - 6) = \frac{1}{2}v_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = -4$.
	0,5	(ب) $v_n = -4 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ومنه $u_n = 6 - 4 \left(\frac{1}{2}\right)^n$
	0,25	بما أن $0 < \frac{1}{2} < 1$ فإن $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ ، إذن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$
	0,5	(ج) $S_n = v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = -4 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}} = -8 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$

التمرين الثاني

المجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة
5	0,5	$\Delta = (2\sqrt{3})^2 - 16 = -4 = (2i)^2$ (1)
	0,5	$z_2 = \sqrt{3} + i ; z_1 = \frac{2\sqrt{3} - 2i}{2} = \sqrt{3} - i$
	2×0,5	$z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ؛ $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ، $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $ z_A = \sqrt{3+1} = 2$ (1-2 $z_B = \overline{z_A} = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$
	0,75	ب) $OC = 2i = 2$ ، $OB = z_B = 2$ ، $OA = z_A = 2$ إذن النقط A, B, C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2.
	0,75	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{-\sqrt{3} + i}{-2i} = \frac{(-\sqrt{3} + i)i}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (3)
	0,5	$= e^{-i\frac{2\pi}{3}}$
	0,5	إذن $\frac{AC}{AB} = 1$ أي $AC = AB$ و $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) = -\frac{2\pi}{3}$ ، المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A وقيس زاويته $\frac{2\pi}{3}$.
	0,5	(4) العبارة المركبة للدوران: $z' = e^{i\frac{\pi}{2}} z = iz$ ، ومنه $z_D = i(\sqrt{3} + i) = -1 + i\sqrt{3}$

التمرين الثالث

المجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة
4	0,25	عدد الحالات الممكنة: $C_7^2 = 21$
	0,75	$P(E) = \frac{C_4^2 + C_3^2}{21} = \frac{6 + 3}{21} = \frac{3}{7}$ (1)
	1	$P(F) = 1 - \frac{C_4^2}{21} = 1 - \frac{6}{21} = \frac{5}{7}$ ، «الكريتان حمراوان» ، $\overline{F}$ (2)
	0,25	(1-3) قيم X : $\{0; 1; 2\}$
	3×0,25	$P(X = 2) = \frac{C_4^2}{21} = \frac{2}{7}$ ؛ $P(X = 1) = \frac{C_4^1 \times C_3^1}{21} = \frac{4}{7}$ ؛ $P(X = 0) = \frac{C_3^2}{21} = \frac{1}{7}$
	0,5	(تحقق: $\frac{1}{7} + \frac{4}{7} + \frac{2}{7} = 1$)
	0,5	ب) $E(X) = 0 \times \frac{1}{7} + 1 \times \frac{4}{7} + 2 \times \frac{2}{7} = \frac{8}{7}$

المجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة
7	0,5	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ ، إذن $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2-x)e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - xe^x) = 0$ (1
	0,25	التفسير: المستقيم $y = -2$: (Δ) مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $-\infty$.
	0,5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، إذن $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x) = -\infty$
	0,5	$f'(x) = -e^x + (2-x)e^x = (1-x)e^x$ (2
	0,5	بما أن $e^x > 0$: $f'(x) > 0$ على $]-\infty; 1[$ و $f'(x) < 0$ على $]1; +\infty[$ ، إذن f متزايدة تمامًا على $]-\infty; 1[$ ومتناقصة تمامًا على $]1; +\infty[$.
	0,5	جدول التغيرات: f تتزايد من -2 إلى $f(1) = e - 2$ ثم تتناقص إلى $-\infty$.
	0,75	$(T) : y = x$ ، إذن $f'(0) = 1$ ، $f(0) = 0$ (3
	0,25	$f(0) = 2 - 2 = 0$ (4
	0,5	على $]-\infty; 1[$: f متزايدة تمامًا فالحل 0 وحيد فيه.
	0,5	على $]1; +\infty[$: f مستمرة ومتناقصة تمامًا ، و $f(1,59) \approx 0,011 > 0$ ، $f(1,6) \approx -0,019 < 0$ ، فحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد حل وحيد α حيث $1,59 < \alpha < 1,6$.
	0,5	$f(x) - (-2) = (2-x)e^x$ ، إشارتها من إشارة $(2-x)$: (C_f) فوق (Δ) على $]-\infty; 2[$ ، وتحت على $]2; +\infty[$ ، ويقطعه في النقطة $(2; -2)$.
	0,5	الرسم: المماس (T) ثم المنحنى (C_f) مع احترام النتائج السابقة.
	0,5	$F'(x) = -e^x + (3-x)e^x - 2 = (2-x)e^x - 2 = f(x)$ (6
	0,25	على $[0; 1]$: $f(x) \geq 0$ (لأن f متزايدة و $f(0) = 0$).
	0,5	$\mathcal{A} = \int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0) = (2e - 2) - 3 = (2e - 5) \text{ u.a} \approx 0,44 \text{ u.a}$