

التمرين الأول : (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$

1. احسب u_1 و u_2 .

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 6$.

3. يبين أن المتتالية (u_n) متزايدة تمامًا، ثم استنتج أنها متقاربة.

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 6$.

a. يبين أن (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

b. اكتب u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

c. احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.

2. في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ($O; \vec{u}, \vec{v}$)، نعتبر النقط A, B, C التي لاحقاتها: $z_A = \sqrt{3} + i$ ،

$$z_C = 2i, z_B = \sqrt{3} - i$$

a. اكتب z_A و z_B على الشكل الأسّي.

b. يبين أن النقط A, B, C تنتمي إلى دائرة يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3. اكتب العدد $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

4. عيّن لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي كيس على 7 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس: 4 كريات حمراء و 3 كريات خضراء. نسحب عشوائيًا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

1. احسب احتمال الحادثة E : «سحب كرتين من نفس اللون».

2. احسب احتمال الحادثة F : «سحب كرية خضراء على الأقل».

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

a. عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتماله.

b. احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (2 - x)e^x - 2$ ، و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الأولى بيانيًا.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (1 - x)e^x$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
3. اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$: أحدهما 0 والآخر α حيث $1,59 < \alpha < 1,6$.
5. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -2$ ، ثم ارسم (T) و (C_f) .
6. تحقق أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = (3 - x)e^x - 2x$ دالة أصلية للدالة f ، ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = 1$.

بالتوفيق