

التمرين الأول

المجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة
4	1	(1) نكرر 4 مرات تجربة مستقلة لها نتيجتان (معيب باحتمال 0,05 أو سليم)، إذن X يتبع قانون ثنائي الحد بالوسيطين $n = 4$ و $p = 0,05$.
	0,5	(2) $P(X = 0) = (0,95)^4 \approx 0,8145$
	1	$P(X = 1) = C_4^1 \times 0,05 \times (0,95)^3 \approx 0,1715$
	0,75	(3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) \approx 0,1855$
	0,75	(4) $E(X) = np = 4 \times 0,05 = 0,2$ أي في المتوسط 0,2 مصباح معيب في كل 4 مصابيح (مصباح معيب واحد في كل 20 مصباحًا).

التمرين الثاني

المجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة
4	0,5	(1) $u_2 = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}$ ، $u_1 = 2$
	1	(2) $v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = \frac{1}{3}u_n - 1 = \frac{1}{3}(u_n - 3) = \frac{1}{3}v_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$ وحدها الأول $v_0 = -3$.
	1	(3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$ فإن $0 < \frac{1}{3} < 1$ ؛ بما أن $u_n = 3 - 3\left(\frac{1}{3}\right)^n$ و $v_n = -3\left(\frac{1}{3}\right)^n$
	1,5	(4) $S_n = \sum_{k=0}^n (v_k + 3) = 3(n+1) + v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 3(n+1) - \frac{9}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right]$

التمرين الثالث

المجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة
5	1	(1) $\Delta = 4 - 16 = -12 = (2i\sqrt{3})^2$ ؛ الحلان: $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$.
	1	(2) $z_B = \overline{z_A} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $ z_A = 2$
	1	(3) $OA = OB = 2$ و $AB = z_B - z_A = -2i\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ؛ متقايس الساقين رأسه O ، وزاويته $\widehat{AOB} = \frac{2\pi}{3}$
	1	(4) $z_C = e^{i\frac{\pi}{3}} z_A = 2e^{i\frac{2\pi}{3}} = -1 + i\sqrt{3}$
	1	(5) $(z_A)^n = 2^n e^{i\frac{n\pi}{3}}$ حقيقي إذا وفقط إذا $\frac{n\pi}{3} = k\pi$ أي $n = 3k$ ($k \in \mathbb{N}$) : مضاعف للعدد 3.

التمرين الرابع

المجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة
7	0,75	(1.1) $g'(x) = 2x + \frac{1}{x} > 0$ على $]0; +\infty[$ ، إذن g متزايدة تمامًا.
	0,75	(2) $g(1) = 0$ ؛ إذن $g(x) < 0$ على $]0; 1[$ و $g(x) > 0$ على $]1; +\infty[$.
	1	(1.1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty$ ، إذن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ؛ محور الترتيب مقارب عمودي. و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ، إذن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
	1,5	(2) $f'(x) = 1 - \frac{1 - \ln x}{x^2} = \frac{x^2 - 1 + \ln x}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}$ ؛ إشارة $f'(x)$ ؛ وقيمته الحدية الصغرى $f(1) = 0$ ؛ متناقصة على $]0; 1[$ ومتزايدة على $]1; +\infty[$ ، وقيمته الحدية الصغرى $f(1) = 0$.
	1	(3) $f(x) - (x - 1) = -\frac{\ln x}{x} \rightarrow 0$ عند $+\infty$ ، إذن (Δ) مقارب مائل. على $]0; 1[$: (C_f) فوق (Δ) ؛ على $]1; +\infty[$: (C_f) تحت (Δ) ؛ يتقاطعان في النقطة $(1; 0)$.
	1	(4) الإنشاء حسب جدول التغيرات والمقاربن.
	1	(5) على $[1; e]$ المنحنى تحت المستقيم: $\mathcal{A} = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \left[\frac{(\ln x)^2}{2} \right]_1^e = \frac{1}{2}$ u.a.