

التمرين الأول : (04 نقاط)

ينتج مصنع مصابيح كهربائية، نسبة المصابيح المعيبة فيها 5%. نأخذ عشوائيًا 4 مصابيح من الإنتاج (نعتبر السحوبات مستقلة). ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد المصابيح المعيبة.

1. برّر أن X يتبع قانونًا ثنائي الحد، وعيّن وسيطه.
2. احسب $P(X = 0)$ و $P(X = 1)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-4}).
3. استنتج احتمال الحصول على مصباح معيب واحد على الأقل.
4. احسب الأمل الرياضي $E(X)$ وفّر النتيجة.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$.

1. احسب u_1 و u_2 .
2. نضع $v_n = u_n - 3$. يّين أن (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
3. اكتب v_n ثم u_n بدلالة n ، واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
4. احسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 2z + 4 = 0$.
2. نسمي A و B النقطتين اللتين لاحقتاهما $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_B = 1 - i\sqrt{3}$. اكتب z_A و z_B على الشكل الأسّي.
3. يّين أن المثلث OAB متقايس الساقين وعيّن طبيعته بدقة.
4. الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$. عيّن على الشكل الجبري لاحقة النقطة C صورة A بالدوران R .
5. عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $(z_A)^n$ عددًا حقيقيًا.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$.

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2. احسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

II. الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$ ، و (C_f) تمثيلها البياني.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيًا، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. بين أنه من أجل كل $x > 0$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات f .

3. بين أن المستقيم $y = x - 1$: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) ، وادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

4. أنشئ (Δ) و (C_f) .

5. احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين $x = 1$ و $x = e$.

بالتوفيق